

«Диалог»

Я и мой ученик

Алгебра

7 класс

**КАК ПОДТЯНУТЬ
ОТСТАЮЩЕГО УЧЕНИКА**

Занятия с репетитором

Бабаджан Агаев

«А.Б.А.Л.»

Москва

2019

От автора

Уважаемые родители, учителя и ученики!

Вы должны знать о том, что для дальнейшей нормальной учёбы ребёнку необходима математическая база по предыдущей программе, неважно учиться ли все ещё в 7-м классе или уже закончил. Для семиклассника эта математическая база включает в себя восемь разделов:

1. Техника вычисления без калькулятора.

1.1 Десятичные дроби. Обыкновенные дроби. Смешанные числа. Дробные выражения.

1.2 Итоговая проверочная работа.

2. Положительные и отрицательные числа.

2.1 Сложение, вычитание, умножение, деление.

2.2 Раскрытие скобок. Приведение подобных слагаемых.

2.3 Итоговая проверочная работа.

3. Уравнения с одним неизвестным.

3.1 Уравнение и его корни.

3.2 Линейное уравнение с одной переменной.

3.3 Решение задач с помощью уравнений.

3.4 Итоговая проверочная работа

4. Степень с натуральным показателем.

4.1 Определение степени с натуральным показателем.

4.2 Свойства степени с натуральным показателем.

4.3 Одночлены.

4.4 Многочлены.

4.5 Итоговая проверочная работа.

5. Разложение на множители многочленов.

5.1 Вынесение за скобки общего множителя.

5.2 Способ группировки.

5.3 Формулы сокращённого умножения.

5.4 Итоговая проверочная работа.

6. Алгебраические дроби (этот раздел не во всех учебниках входит в программу 7-го класса).

6.1 Рациональные выражения.

6.2 Сокращение алгебраических дробей.

6.3 Сложение и вычитание алгебраических дробей.

6.4 Умножение и деление алгебраических дробей.

6.5 Совместные действия над алгебраическими дробями.

6.6 Итоговая проверочная работа.

7. Функции.

7.1 Функции и их графики.

7.2 Линейное уравнение с двумя переменными и ее график.

8. Системы линейных уравнений.

8.1 Решение системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными графическим способом.

8.2 Решение систем уравнений способом подстановки и способом сложения.

8.3 Решение текстовых задач с помощью систем уравнений.

8.4 Итоговая проверочная работа.

Родителям:

Если же вы частично (или полностью) забыли эту программу, то достаточно будет последовательно

ознакомиться с данным пособием, чтобы за минимальный срок усвоить необходимую математическую базу.

Следуя моим советам и тщательно отрабатывая каждый раздел со своим ребёнком, уверен, вы добьётесь успеха!

Каждый раздел включает в себя разъяснения тем и понятий, построенных в виде диалога, задания для закрепления изученного материала и итоговую проверочную работу.

Учителям:

Если вы решили заняться репетиторством, то настоятельно рекомендую не стараться отрабатывать с учеником все в той последовательности и в том объёме, который даётся в школьных учебниках. Это очень долго и утомительно. Опыт показывает, что предложенная мной методика разъяснения материала даёт возможность подтянуть даже отстающего ученика за короткий срок.

Выпускникам 9-го и 11-го класса, абитуриентам:

Каждый раздел включает в себя разъяснения тем и понятий, решения задач, связанные с данной теорией, которые необходимы для сдачи ГИА и ЕГЭ. То есть вы работаете по принципу: **нельзя усвоит математику, решая один два примера, а усваивая теорию для данной программы можно решить любой пример. Теория одна, а примеров миллион.** Вы усваиваете теорию и решаете задачи любого уровня. Это означает, что вы можете выполнить не только обязательную часть из ГИА и ЕГЭ, чтобы получить аттестат, но и вторую (сложную) часть для того, чтобы продолжить учёбу в 10 классе или поступить в ВУЗ. Данный материал является начальным этапом для подготовки в ВУЗ, а продолжение следует в последующих программах, изучаемых старших классах.

О диалоге

Существует несколько вариантов:

1. Родитель + ребёнок;
2. Учитель + ученик;
3. Ученик + ученик, в данном случае один ученик участвует в роли автора, а другой в роли ученика.

Оба они усваивают данный материал, регулярно меняя ролями;

4. Виртуальный репетитор (автор) + ученик 9-го класса;

5. Виртуальный репетитор (автор) + ученик 11-го класса;

6. Виртуальный репетитор (автор) + абитуриент.

Несколько слов о методике и программе

Если ответы ребёнка частично или полностью не соответствуют тем ответам, которые приводятся в диалоге, то вы должны поправить ребёнка или ответить за него, не выходя за рамки диалога. Конечно же, было бы лучше, если бы ребёнок сам дал ответ на вопрос, пусть даже неправильный. Необходимо напомнить ребёнку, что данная работа является для него повторением изученного материала. Да, он эту тему прошёл, но, к сожалению, полностью не усвоил. Разъяснение различных тем и понятий в форме диалога позволяет подключить ребёнка к активной работе и заставляет вспомнить все изученное им ранее в школе. Работа должна быть двусторонней. Без активного участия ребёнка в диалоге ваши попытки помочь ему потерпят фиаско.

Молчание ребёнка говорит о том, что он не подключён к работе или рассматриваемая тема ему не знакома. Зная характер ребёнка, в данной ситуации несложно определить: ребёнок не работает, или он действительно не знает данной темы. В случае, когда ребёнок говорит, что он все это знает, предложите ему итоговую проверочную работу по данному разделу. Ребёнок обязан выполнить проверочную работу на «4» или «5». В противном случае вам следует убедить ребёнка в том, что данный раздел нужно усвоить от начала до конца. Подобным образом, определяя уровень знаний ребёнка по каждому разделу, вы приступаете к усвоению этих разделов.

Как оценивать итоговую проверочную работу

Если вы объясняли материал в соответствии с той последовательностью и с той методикой, которые предлагаются автором, и выполняли все авторские рекомендации, ребёнок должен выполнять проверочную работу в двух вариантах без ошибок. Эта проверочная работа является конечным результатом, подтверждающим усвоение ребёнком материала данного раздела математики. Если результат проверочной работы невысок, то вам не стоит торопиться

приступать к усвоению новой темы. Ещё раз проработайте предыдущий раздел, обращая особое внимание на те ошибки, которые были допущены учеником в проверочной работе. Подберите новые примеры, составьте подобную проверочную работу, пользуясь школьными учебниками и методическими пособиями. Если проверочная работа сделана ребёнком на «4» или «5» («удовлетворительно» это мало), переходите к новому разделу. Это также необходимо для того, чтобы ребёнок видел результаты своего труда, иначе вы неизбежно столкнётесь с теми же ошибками и будете вынуждены вернуться назад.

Желаю вам успехов!

Тема 8

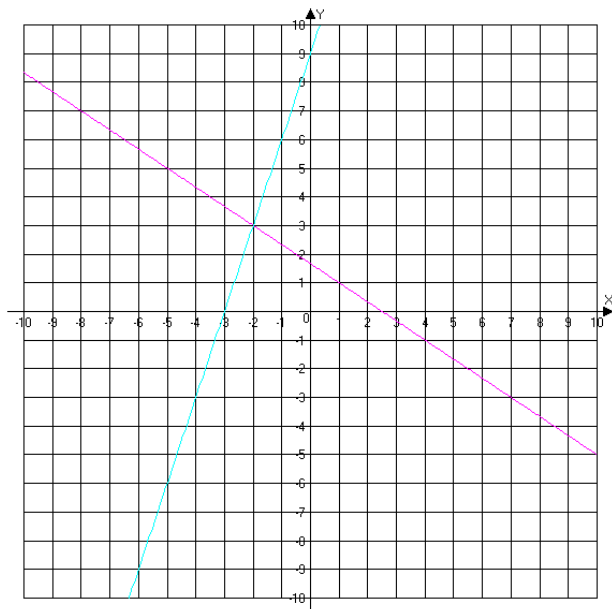
Системы линейных уравнений

8.1 Решение системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными графическим способом

<i>Вы.</i>	Как записывают в общем виде систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными?
<i>Ученик.</i>	$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$, где $a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$ - заданные числа, а x и y - неизвестные числа.
<i>Вы.</i>	Что называют решением системы двух уравнений с двумя неизвестными?
<i>Ученик.</i>	Решением системы двух уравнений с двумя неизвестными называют такую пару чисел x и y , которые при подстановке в эту систему обращает каждое ее уравнение в верное равенство.
<i>Вы.</i>	Что означает решил систему уравнений?

<i>Ученик.</i>	Решить систему уравнений – это значит найти все ее решения или установить, что их нет.
<i>Вы.</i>	Что является графиком каждого линейного уравнения, входящего в систему уравнений?
<i>Ученик.</i>	Прямая.
<i>Вы.</i>	Как могут располагаться эти прямые, если их построит на одной и той же координатной плоскости?
<i>Ученик.</i>	Могут пересекаться, быть параллельными или совпадают.
<i>Вы.</i>	Если пересекаются, то ...
<i>Ученик.</i>	... система имеет решение.
<i>Вы.</i>	Если параллельны, то ...
<i>Ученик.</i>	... система не имеет решение.
<i>Вы.</i>	Если совпадают, то ...
<i>Ученик.</i>	... система имеет бесконечно много решений.
<i>Вы.</i>	Как мы можем называть такой способ решения системы уравнений?

Ученик.	Графический способ решения системы уравнений.												
Вы.	Решай систему уравнений графическим способом: 1) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - y = -9 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x = 1 - 2y \end{cases}$; 3) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$.												
Ученик.	1) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - y = -9 \end{cases}$ $2x + 3y = 5$ и $3x - y = -9$ $3y = -2x + 5$ $y = 3x + 9$ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>-1</td></tr></table> <table border="1"><tr><td>x</td><td>-3</td><td>-2</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>3</td></tr></table>	x	1	4	y	1	-1	x	-3	-2	y	0	3
x	1	4											
y	1	-1											
x	-3	-2											
y	0	3											



Графики пересекаются в точке $(-2; 3)$.

Проверка: $x = -2; y = 3$.

$$\begin{cases} 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 = 5 \\ 3 \cdot (-2) - 3 = -9 \end{cases}; \begin{cases} 5 = 5 \\ -9 = -9 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 3)$.



Необходимо напомнить ученику о том, что построение графика функции на клетчатой тетради – это сложно и ошибки неизбежны. Поэтому необходима проверка в конце, а ответ записать после проверки. Координаты точки пересечения могут являться дробным числом. Если ученик уверен в

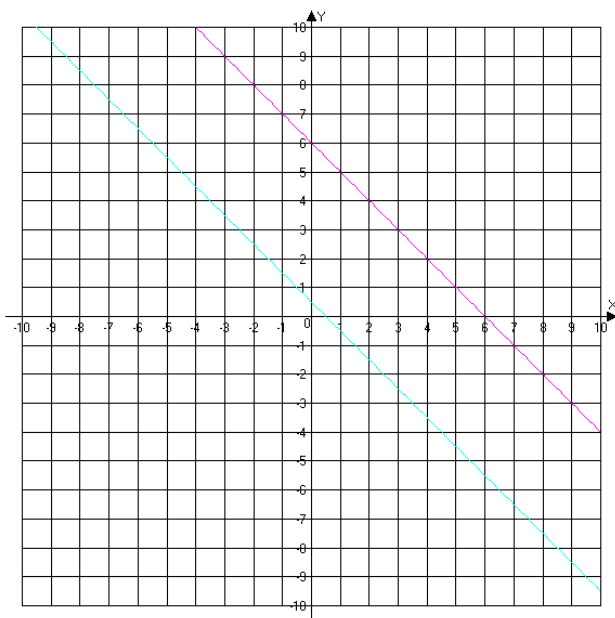
	своём построении, то можно записать координаты с приближенным значением. А если требуется точное значение, тогда приравниваем y, чтобы найти x, а потом подставляя значение x в любое уравнение находим y. Например, $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 3x - y = -9 \end{cases}$ $2x + 3y = 13 \quad \text{и} \quad 3x - y = -9$ $3y = -2x + 13 \quad \quad y = 3x + 9$ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$ $-\frac{2}{3}x + \frac{13}{3} = 3x + 9$ $-2x + 13 = 9x + 27$ $11x = -14$ $x = -\frac{14}{11}$ Подставляя $x = -\frac{14}{11}$ в формулу $y = 3x + 9$, получим $y = 3 \cdot \left(-\frac{14}{11}\right) + 9, \quad y = \frac{57}{11}$. Ответ: $\left(-\frac{14}{11}; \frac{57}{11}\right)$.
Далее ...	
Ученик.	2) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x = 1 - 2y \end{cases}$ $\begin{cases} y = -x + 6 \\ 2y = -2x + 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} y = -x + 6 \\ y = -x + 0,5 \end{cases}$

$$y = -x + 6$$

x	0	6
y	6	0

$$y = -x + 0,5$$

x	0	0,5
y	0,5	0



Прямые параллельны.

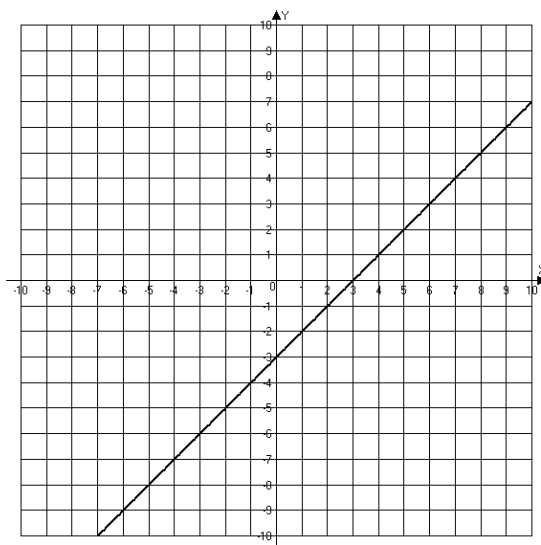
Ответ: нет решений.

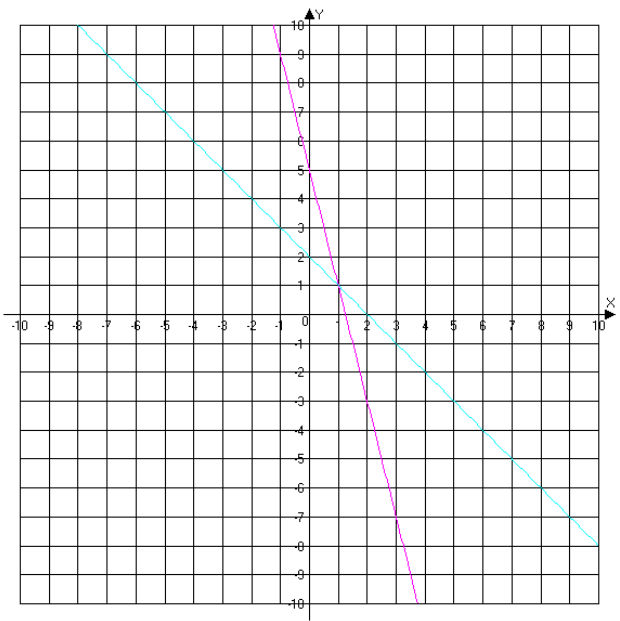
$$3) \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ 2y = 2x - 6 \end{cases}; \begin{cases} y = x - 3 \\ y = x - 3 \end{cases}$$

$$y = x - 3$$

x	0	3
y	-3	0



	Прямые совпадают. Ответ: бесконечно много решений.
Вкл.	На координатной плоскости построены графики функций $y = -4x + 5$ и $y = -x + 2$.  Используя эти графики решай систему уравнений $\begin{cases} y = -4x + 5 \\ y = -x + 2 \end{cases}$.

Ученик.	Прямые пересекаются в точке $(1; 1)$, следовательно, $x = 1, y = 1$. Проверка: $\begin{cases} 1 = -4 \cdot 1 + 5 \\ 1 = -1 \cdot 1 + 2 \end{cases}, \begin{cases} 1 = 1 \\ 1 = 1 \end{cases}.$ Ответ: $(1; 1)$.
8.2 Решение систем уравнений способом подстановки и способом сложения	
Ввл.	$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - y = -9 \end{cases}$ – эту систему мы решали графическим способом в предыдущем параграфе. Теперь решим ее другим способом, называемый способом подстановки. Выбери уравнение из системы, которое легче выразить одну переменную через другую и выражай (1-й шаг).
Ученик.	$3x - y = -9$ $3x + 9 = y$ или $-y = -9 - 3x$ $y = 3x + 9$

<i>Вы.</i>	Подставь полученное значение переменной в виде формулы в другое уравнение и найди числовое значение другой переменной (2-й шаг).
<i>Ученик.</i>	Другое уравнение в данном случае $2x + 3y = 5$. Так как $y = 3x + 9$, значит, $2x + 3 \cdot (3x + 9) = 5$ $2x + 9x + 27 = 5$ $11x = -22$ $x = -2.$
<i>Вы.</i>	Возвращайся к первому шагу и подставляя полученное числовое значение одной переменной, найди числовое значение другой переменной (3-й шаг).
<i>Ученик.</i>	$y = 3x + 9$, а $x = -2$, следовательно, $y = 3 \cdot (-2) + 9, y = 3$. Проверка: $\begin{cases} 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 = 5 \\ 3 \cdot (-2) - 3 = -9 \end{cases}; \begin{cases} 5 = 5 \\ -9 = -9 \end{cases}$. Ответ: $(-2; 3)$.
	Возможные сложности и способы их устранения при применении этого способа: 1. В первом шаге ученик (ученица) выражает одну переменную через другую правильно, но после

	подстановки у него (неё) получается $0 = 0$. В таком случае, нужно сказать, что он (она) подставил(а) туда, откуда выразил(а) эту переменную. Если выразил(а) с первого уравнения, то подставляем во второе, а если со второго, то в первое. В том случае, когда ребёнок все сделал правильно (вне этого урока) и снова получилось $0 = 0$, то есть $0 \cdot x = 0$, необходимо сказать, что такой вариант встречается в системах, которые имеют бесконечно много решений (такой вариант будем рассматривать чуть позже). 2. В третьем шаге ребёнок подставляет найденное числовое значение переменной в само уравнение, то есть $2 \cdot (-2) + 3y = 5$. Так тоже можно, но есть более короткий путь, где выражена одна переменная через другую, то есть $y = 3x + 9$; $y = 3 \cdot (-2) + 9$; $y = 3$. 3. Не выполняют проверку. Если есть ответ под рукой, то можно не делать проверку. А если нет, то проверка обязательно нужна.
<i>Вы.</i>	Итак, мы определили 3 шага: 1. выбираем уравнение из системы, которое легче выразить одну переменную через другую; 2. подставляем в другое уравнение системы в место этой переменной полученное выражение и находим числовое значение этой переменной;

	3. подставляем числовое значение переменной, найденное во втором шаге, в выражение, найденного в первом шаге и находим числовое значение другой переменной. В чем главная задача применения этого способа?
<i>Ученик.</i>	Получить уравнение с одной переменной.,
<i>Вы.</i>	Решай систему уравнений способом подстановки: 1) $\begin{cases} 7x - 3y = 13 \\ x - 2y = 5 \end{cases};$ 2) $\begin{cases} y - x = 20 \\ 2x - 15y = -1 \end{cases};$ 3) $\begin{cases} 3x + 6y = -20 \\ 9y + 2x = 25 \end{cases}.$
<i>Ученик.</i>	1) $\begin{cases} 7x - 3y = 13 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ 1. $x - 2y = 5; x = 5 + 2y$ 2. ... 3. ... Ответ: (1; -2).

	2) $\begin{cases} y - x = 20 \\ 2x - 15y = -1 \end{cases}$ 1. $y - x = 20$; $y = 20 + x$ 2. ... 3. ... Ответ: $(-23; -3)$. 3) $\begin{cases} 5x + 6y = -20 \\ 9y + 2x = 25 \end{cases}$ 1. $5x + 6y = -20$; $5x = -20 - 6y$; $x = -4 - 1,2y$ 2. ... $y = ?$ 3. ... $x = ?$ Ответ: $(-10; 5)$.
<i>Вы.</i>	Какими свойствами обладает уравнение?
<i>Ученик.</i>	1. Из одной части уравнения можно перенести слагаемые в другую часть, при этом изменив знак на противоположный; 2. Обе части уравнения можно разделить или умножить на одно и то же число на не равный нуль.

<i>Вы.</i>	Какими свойствами обладают уравнения, входящие в систему уравнений?
<i>Ученик.</i>	Не знаю.
<i>Вы.</i>	Любое уравнение, входящие в систему уравнений, обладает вышеперечисленными свойствами, но кроме этих есть другое свойство: если сложить почленно левые и правые части уравнений системы, то получим равносильное уравнение к системе уравнений. То есть, $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ $\Updownarrow$ $(a_1x + b_1y) + (a_2x + b_2y) = c_1 + c_2$ Как мы называем такой способ решения системы уравнений?
	При возникновении вопроса «что такое равносильно уравнение»: Мы рассматриваем уравнение и систему уравнений с двумя переменными. Если уравнение с двумя переменными и система уравнений с двумя переменными имеют одинаковое решение, то их называют равносильными.

<i>Ученик.</i>	Способ сложения.
<i>Вы.</i>	В чем задача применения этого способа?
<i>Ученик.</i>	Получить уравнение с одной переменной.
<i>Вы.</i>	В каком случае после сложения получим уравнение с одной переменной?
<i>Ученик.</i>	Если коэффициенты при одной из переменных противоположные числа, только в этом случае они взаимно уничтожатся и получится уравнение с одной переменной.
<i>Вы.</i>	Решай систему уравнений способом сложения: $\begin{cases} 2x + 11y = 15 \\ 10x - 11y = 9 \end{cases}$
<i>Ученик.</i>	$\begin{cases} 2x + 11y = 15 \\ 10x - 11y = 9 \end{cases}$ $\Updownarrow$ $(2x + 11y) + (10x - 11y) = 15 + 9$ $2x + 11y + 10x - 11y = 24$ $12x = 24$ $x = 2$

	А как найти y ?
<i>Ввл.</i>	Подставляй в одно из уравнений системы значение x и найди значение y , то есть подставляя значение одной переменной, находим значение другой переменной.
<i>Ученик.</i>	$2 \cdot 2 + 11y = 15$ $11y = 15 - 4$ $11y = 11$ $y = 1$ Проверка: $\begin{cases} 2 \cdot 2 + 11 \cdot 1 = 15; \\ 10 \cdot 2 - 11 \cdot 1 = 9; \end{cases} \begin{cases} 15 = 15 \\ 9 = 9 \end{cases}$ Ответ: (2; 1).
<i>Ввл.</i>	А в этих случаях как поступают: 1) $\begin{cases} 13x - 8y = 28; \\ 11x - 8y = 24; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 15x - 3y = -3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4b + 7a = 90 \\ 5a - 6b = 20. \end{cases}$
<i>Ученик.</i>	1) $\begin{cases} 13x - 8y = 28 \\ 11x - 8y = 24 \end{cases}$

	Умножая обе части второго уравнения на -1, получим: $\begin{cases} 13x - 8y = 28 \\ -11x + 8y = -24 \end{cases}$... Ответ: $(2; -0,25)$. 2) $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 15x - 3y = -3 \end{cases}$ Умножая обе части первого уравнения на -3, получим: $\begin{cases} -15x + 6y = -3 \\ 15x - 3y = -3 \end{cases}$... Ответ: $(-0,6; -2)$. 3) $\begin{cases} 4b + 7a = 90 \\ 5a - 6b = 20 \end{cases}$ Не знаю.
<i>Вы.</i>	Какую переменную хочешь убрать?
<i>Ученик.</i>	Например, b (или a).
<i>Вы.</i>	Назови коэффициенты переменной b (или a).
<i>Ученик.</i>	4 и -6 (или 7 и 5).

<i>Вы.</i>	Найди НОК (4 и – 6)(или НОК (7 и 5)).
<i>Ученик.</i>	12 (или 35).
<i>Вы.</i>	На какое число нужно умножить обе части первого и второго уравнения, чтобы коэффициенты были противоположными числами?
<i>Ученик.</i>	Первое на 3 (или на 5), а второе на 2 (или на –7). То есть: $\begin{cases} 12b + 21a = 270 \\ 10a - 12b = 40 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 20b + 35a = 450 \\ -35a + 42b = -140 \end{cases}$...
<i>Вы.</i>	При решении систем линейных уравнений алгебраическим способом (способ подстановки и способ сложения), возможно три случая, как при графическом способе: 1. система не имеет решений; 2. система имеет единственное решение; 3. система имеет бесконечно много решений. Решай систему уравнений:

	1) $\begin{cases} 2x - 3y = 5; \\ 4x - 7 = 6y; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 7y = -24; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 5x + 2,5y = 7,5 \\ 2x = 3 - y \end{cases}.$
Ученик.	1. $\begin{cases} 2x - 3y = 5; \\ 4x - 7 = 6y; \end{cases}$ Решение способом подстановки: 1) $2x - 3y = 5;$ $2x = 5 + 3y;$ $x = \frac{5 + 3y}{2}.$ 2) $4 \cdot \frac{5 + 3y}{2} - 7 = 6y;$ $10 + 6y - 7 = 6y;$ $0 \cdot y = -3.$ Ответ: нет решений. Решение способом сложения: $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x - 7 = 6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 6y = -10 \\ 4x - 7 = 6y \end{cases};$ $(-4x + 6y) + (4x - 7) = 10 + 6y;$

$$6y - 7 = -10 + 6y;$$

$$6y - 6y = -10 + 7;$$

$$0 \cdot y = -3.$$

Ответ: нет решений.

$$2) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 7y = -24 \end{cases}$$

Предложите ученику выбрать любой способ.

...

Система уравнений имеет единственное решение.

Ответ: $(-1; 3)$.

$$3) \begin{cases} 5x + 2,5y = 7,5 \\ 2x = 3 - y \end{cases}$$

Решение способом подстановки:

$$1) y = 3 - 2x;$$

$$2) 5x + 2,5(3 - 2x) = 7,5;$$

$$5x + 7,5 - 5x = 7,5;$$

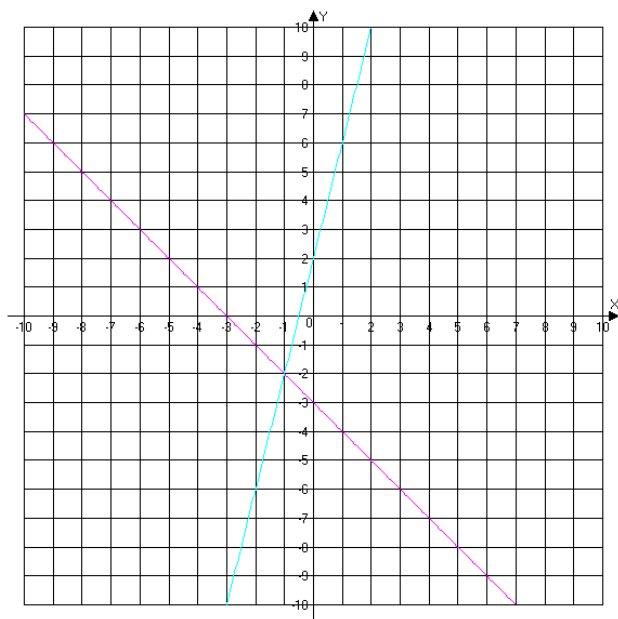
$$(5 - 5) \cdot x = 7,5 - 7,5;$$

$$0 \cdot x = 0;$$

	x – любое число. Ответ: $(x; 3 - 2x)$, где x любое число.
⇒	Когда ученик решает способом сложения, получает такой ответ: $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0.$ А дальше он не знает, как записать ответ или пишет не верный ответ x – любое число, y – любое число, в подобных случаях нужно сказать ученику о том, что необходимо выбрать способ подстановки.
Вы.	Самостоятельная работа (конечный результат) 1. Решите систему линейных уравнений с двумя переменными любым способом: 1) $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 7x + 2y = -25 \end{cases};$ 2) $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - 4y = 5 \end{cases};$ 3) $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x - 6y = 4 \end{cases}.$ Ответ: 1) $(-3; -2).$ 2) Решений нет.

3) $(3y + 2; y)$, где y любое число.

2. На координатной плоскости построены графики функций $y = -x - 3$ и $y = 4x + 2$.



Используя эти графики, решите систему уравнений $\begin{cases} y = -x - 3 \\ y = 4x + 2 \end{cases}$.

Ответ: $(-1; -2)$.

8.3 Решение текстовых задач с помощью систем уравнений

<i>Вы.</i>	Давайте вспомним все шаги для решения текстовых задач с помощью уравнения.
<i>Ученик.</i>	6 шагов: 1. Определяем, что мы принимаем за x; 2. Выражаем другие неизвестные через x; 3. Определяем, на каком основании следует составлять уравнение; 4. Решаем полученное уравнение; 5. Отвечаем на вопрос, поставленный в задаче; 6. Делаем проверку по условию задачи.
<i>Вы.</i>	А если, нам нужно составить систему уравнений с двумя неизвестными?
<i>Ученик.</i>	1. Определяем, что мы принимаем за x и y;

	2. Определяем, на каком основании следует составлять каждое уравнение системы уравнений; 3. Решаем полученную систему уравнений; 4. Отвечаем на вопрос, поставленной в задаче.
<i>Вы.</i>	Решай задачу с помощью систем уравнений: Даны два числа. Если удвоенное первое сложить со вторым числом, то получится 17. Если же удвоенное второе число сложить с первым, то получится 19. Найти эти два числа.
<i>Ученик.</i>	1-й шаг: Пусть одно число будет x, а другое y. 2-й шаг: Так как по условию задачи удвоенное первое в сумме со вторым даёт 17, следовательно, получим первое уравнение $2x + y = 17$, а удвоенное второе в сумме с первым равно 19, значит $2y + x = 19$. В

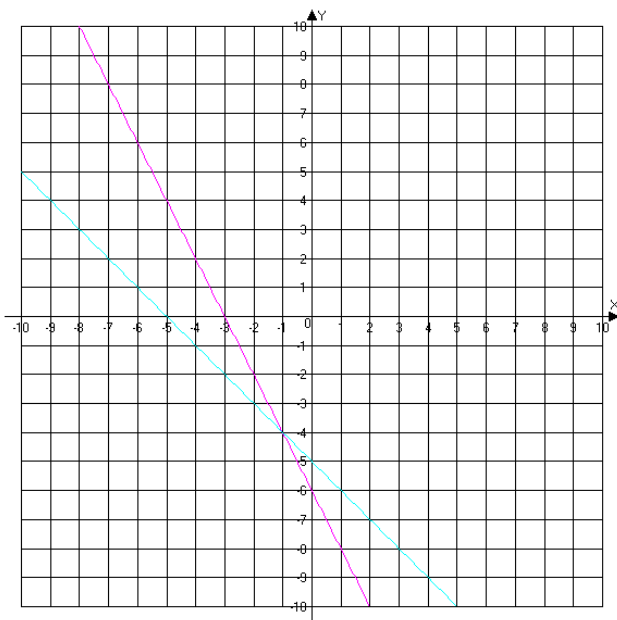
	итоге получим систему уравнений $\begin{cases} 2x + y = 17 \\ 2y + x = 19 \end{cases}$ 3-й шаг: Решаем полученную систему уравнений: $\begin{cases} 2x + y = 17 \\ 2y + x = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x - 2y = -34 \\ 2y + x = 19 \end{cases}$ $(-4x - 2y) + (2y + x) = -34 + 19$ $x = 5, \text{ а } y = 7.$ 4-й шаг: Первое число было x, значит 5, а второе y, значит 7. Ответ: 5 и 7.
<i>Ввл.</i>	Самостоятельная работа (конечный результат) Решите задачу с помощью систем уравнений: 1. Сумма двух чисел равна 1100. Найдите наибольшее из них, если 6% одного из них равны 5% другого. 2. Теплоход против течения реки проплывает 96 км за 4 ч, а по течению реки 90 км

за 3 ч. Найдите собственную скорость теплохода.

3. Сумма цифр двузначного числа равна 12, а разность числа единиц и числа десятков в этом числе в 12 раз меньше самого числа. Найти это число.

Задание для закрепления материала

1. На координатной плоскости построены графики функций $y = -2x - 6$ и $y = -x - 5$.



Используя эти графики, решите систему уравнений

$$\begin{cases} y = -2x - 6 \\ y = -x - 5 \end{cases}.$$

2. Решить графически систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 5 \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + y = 7 \end{cases}.$$

3. Показать, что система уравнений не имеет решений:

$$\begin{cases} y = 3x \\ 6x - 2y = 3 \end{cases}.$$

4. Показать, что система уравнений имеет бесконечно множество решений:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x + 2y = 0 \end{cases}.$$

5. Показать графически, что система уравнений имеет единственное решение:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

6. Решите систему уравнений, выбирая рациональный способ:

1) $\begin{cases} 6x - 2y = 1 \\ -6x + 2y = 11 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} 4x - 6y = 4 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$;

3) $\begin{cases} y = -3x \\ y - x = -4 \end{cases}$;

4) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$;

5) $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$;

6) $\begin{cases} 25 - x = -4y \\ 3x - 2y = 30 \end{cases}$;

7) $\begin{cases} 8y - x = 4 \\ 2x - 21y = 2 \end{cases}$;

8) $\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 7x + 2y = -25 \end{cases}$

7. Решить задачи, составив систему уравнений:

1. В первый день туристы в течении 3 ч двигались по суше и 4 ч сплавлялись на плату. Во второй день туристы 5 ч сплавлялись на плоту и 2 ч шли пешком. В первый день было пройдено 24 км, а во второй 23 км. Найти скорость движения туристов по суше и по воде.

2. Одно число на 140 меньше другого; 60% большего числа на 64 больше 70% меньшего. Найдите эти числа.

3. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке, на 54 больше данного числа. Найти это число.

Ответы:

1.

$(-1; -4)$.

2.

1) $(3; 2)$;

2) $(1; -1)$;

3) $(3; 1)$;

4) $(3; 1)$.

6.

1) нет решений;

2) $(1 + 1,5y; y)$, где y любое число или $\left(x; \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}\right)$, где x любое число;

3) $(1; -3)$;

4) $(1; -1)$;

5) $(3; 1)$;

6) $(7; -4,5)$;

7) $(-20; -2)$;

8) $(-3; -2)$.

7.

1) $4 \frac{\text{км}}{\text{ч}}; 3 \frac{\text{км}}{\text{ч}};$

2) 340,200;

3) 39.

8.4 Итоговая проверочная работа

1-й вариант.

1. Найдите область определения функции

$$y = \frac{x - 5}{x \cdot (x - 3)}.$$

Ответ: x любое число, кроме 0 и 3.

2. Постройте график функции $y = -\frac{1}{3}x$.

3. Найдите координаты точек пересечения графика линейной функции $y = 4,2x - 5,7$ с осями координат.

Ответ: с X $(1\frac{5}{14}; 0)$, с Y $(0; -5,7)$.

4. Найдите линейную функцию $y = 2x + m$, если известно, что ее график проходит через точку $A(-1; 5)$.

Ответ: $y = 2x + 7$.

5. При каких значениях k прямая $y = kx - 3$ параллельно прямой $y = -7x + 5$?

Ответ: при $k = -7$.

6. Решите задачу с помощью систем уравнений:

Имеется лом стали двух сортов, первый содержит 10% никеля, а второй 30%. Сколько тонн стали каждого сорта нужно взять, чтобы получить 200 т стали с содержанием никеля 25%

Ответы: 50 т, 150 т.

2-й вариант.

1. Найдите область определения функции

$$y = \frac{x}{x^2 - 9}.$$

2. Постройте график функции $y = \frac{3}{2}x - 1$.

3. Найдите координаты точки пересечения графика линейной функции $y = -2,4x + 7,2$ с осями координат.

4. Найдите линейную функцию $y = kx - 3$, если известно, что ее график проходит через точку $M(2; -9)$.

5. При каких значениях m прямая $y = mx + 2$ пересекается с прямой $y = 3x - 4$?

6. Решите задачу с помощью систем уравнений:

Имеется двузначное число, утроенная сумма цифр которого даёт исходное число. Если же к нему прибавить 45, то получится двузначное число, такое, что при перестановке цифр этого числа имеем исходное число. Найти данное число.

Ответы:

1) x любое число, кроме 3 и -3 ;

3) с $X(3; 0)$, с $Y(0; 7,2)$;

4) $y = -3x - 3$;

5) при $m \neq 3$;

6) 27.